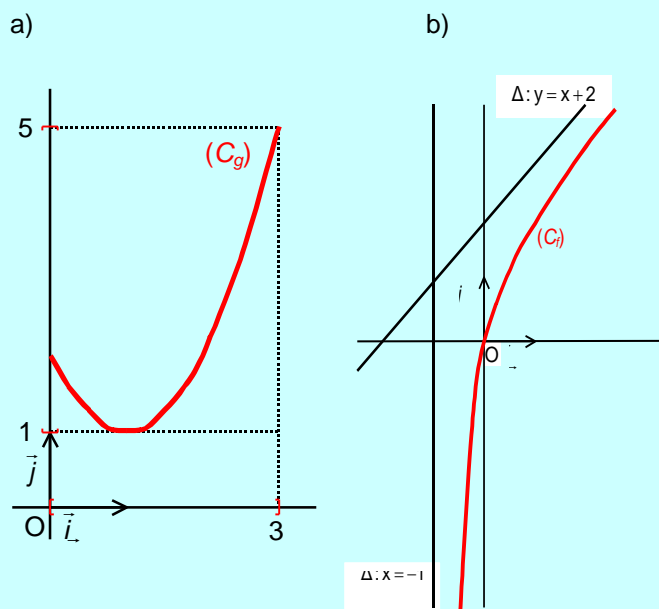


Trois questions pour un champion ou ... un bref test de compétences acquises autour de la notion de fonction

- comprendre, appliquer et analyser la définition d'une fonction
- savoir lire et interpréter des graphiques
- caractériser les liens entre les traductions algébriques et graphiques

1. Préciser les domaines de définition des fonctions représentées ci-dessous ainsi que les ensembles des images. Décrivez et justifiez votre raisonnement.



2. Définir une fonction numérique f de variable réelle dont le domaine de définition est \mathbb{R} et telle que:

$$f(0) = 0,4357 \quad f(1) = \sqrt{2} \quad \text{et} \quad f(2) = -1.$$

3. Déterminer toutes les fonctions numériques f de variable réelle définies sur \mathbb{R} telle que $f(0) = 0$ et quel que soit le réel x , $f(x) - f(0)$ est une constante indépendante de x .

Indications :

1. a) $D(g)=[0 ; 3]$ $Im(g)=[1 ; 5]$ b) $D(f)=]-1 ; +\infty[$ $Im(f)= \mathbb{R}$

Méthode: Pour le domaine de définition, on détermine les abscisses de l'ensemble des points d'intersection des droites parallèles à $(O ; \vec{j})$ avec la courbe représentative. Pour l'ensemble des images, on détermine les ordonnées de l'ensemble des points d'intersection des droites parallèles à $(O ; \vec{i})$ avec la courbe représentative.

2. Attention : Il ne s'agit pas de trouver une formule pour définir cette fonction f. Il y a

$$\text{une infinité de solutions, par exemple : } f(x)= \begin{cases} 0,4357 & \text{si } x \in \mathbb{R} - \{1;2\} \\ \sqrt{2} & \text{si } x = 1 \\ -1 & \text{si } x = 2 \end{cases} \quad \text{ou}$$

$$\text{encore } f(x)= \begin{cases} -1 & \text{si } x \in \mathbb{R} - \{0;1\} \\ 0,4357 & \text{si } x = 0 \\ \sqrt{2} & \text{si } x = 1 \end{cases} \quad \text{ou encore ...}$$

3. Hypothèses : $(\forall x \in \mathbb{R}) f(x)-f(0) = k$ avec $f(0) = 0$

D'où : $(\forall x \in \mathbb{R}) f(x) = k$

En particulier : $f(0) = k = 0$.

Ainsi : $(\forall x \in \mathbb{R}) f(x) = 0$. La seule fonction qui respecte les hypothèses est la fonction identiquement nulle.